UNIVERSIDAD DE SEVILLA – E. T. S. I. INFORMÁTICA
AMPLIACIÓN DE LENGUAJES FORMALES Y AUTÓMATAS
EXAMEN DE FEBRERO – CURSO 2003/2004

TEST (3 puntos)

- Sea un AFD $M=(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ y sea $z\in L(M)$ tal que $|z|\geq|Q|$
  - A. Existen $u,v,w,x,y \in\Sigma^*$ tales que $z=uvwxy$ y $|uvw|\leq|Q|$ y $|w|\geq1$ y $\forall i\geq0$ $uvw^ixy\in L(M)$
  - B. Existen $u,v,w,x,y \in\Sigma^*$ tales que $z=uvwxy$ y $|vwx|\leq|Q|$ y $|vx|\geq1$ y $\forall i\geq0$ $uv^iwx^iy\in L(M)$
  - C. Existen $u,v,w \in\Sigma^*$ tales que $z=uvw$ y $|vw|\leq|Q|$ y $|v|\geq1$ y $\forall i\geq0$ $uv^iw \in L(M)$
  - D. Existen $u,v,w \in\Sigma^*$ tales que $z=uvw$ y $|vw|>|Q|$ y $|v|\geq1$ y $\forall i\geq0$ $uv^iw \in L(M)$
- Sea $G=(V_T,V_N,S,P)$ una gramática independiente del contexto
  - E. Si $A \rightarrow XY \in P$ y X e Y no son generativos entonces A no es generativo
  - F. Si $A \rightarrow XY \in P$ y X e Y no son anulables entonces A es anulable.
  - G. Si G está en forma normal de Chomsky y de Greibach, entonces L(G) es un lenguaje regular.
  - H. No existe G que esté tanto en forma normal de Chomsky como en forma normal de Greibach.
- Sea L, L_1 y L_2 tres lenguajes definidos sobre un alfabeto Σ. Denotemos con S la extensión a lenguajes de una sustitución s y con H la extensión a lenguajes de un homomorfismo h
  - I. Si L es finito entonces para cualquier s se cumple que S(L) es finito
  - J. Si L es finito entonces para cualquier h se cumple que H(L) es finito
  - K. Si $L_1\subseteq L_2$ entonces $H^{-1}(L_1) \subseteq H^{-1}(L_2)$
  - L. Si L es un lenguaje regular infinito y para todo $a \in\Sigma$ se cumple $s(a)=b$ entonces $S(L)=b^*$
- Sea una máquina secuencial $M=(\Sigma_E, \Sigma_S ,Q, \delta, \gamma)$ y sea E_k con $k\geq1$ una relación sobre Q definida de forma que pE_kq si y sólo si para todo $z\in\Sigma^*_E$ con $|z|\leq k$ se cumple que $\gamma^*(p,z)= \gamma^*(q,z)$
  - M. La relación E_1 está constituida como mucho por $|\Sigma_S|$ clases de equivalencia
  - N. Si pE_kq entonces $pE_{k+1}q$
  - O. Si $pE_{k+1}q$ entonces pE_kq

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
V	X	X	X				X			X	X		X		X
F				X	X	X		X	X			X		X	

PROBLEMA 1 (1 punto)

Diseñe una Máquina de Mealy, mínima y con estado inicial, cuyo objetivo es mostrar la suma de dos números en base 3. Por ejemplo, dado los números 20102 y 00212, su suma sería 21021. La máquina mostrará el total de la suma de izquierda a derecha, por lo que la suma anterior se verá en la cinta de salida de forma inversa, es decir: 12012. (Especifique con rigor qué significan los componentes de las máquina propuesta)

SOLUCIÓN

La suma total se obtiene sucesivamente sumando, de derecha a izquierda, pares de dígitos situados en la misma columna y procedentes, respectivamente, del sumando primero y segundo. A esta suma parcial hay que añadirle el acarreo de la columna anterior, considerando que la primera columna tiene acarreo cero. Para el ejemplo:

	0	*1*	*0*	*1*	*0*	acarreo
	2	0	1	0	2	primer sumando
+	0	0	2	1	2	segundo sumando
	2	1	0	2	1	total

La máquina se define mediante $ME=(\Sigma_E,\Sigma_S,Q, \delta,\gamma)$ donde $\Sigma_E =\{d_1d_2 \mid 0 \leq d_1,d_2\leq2\}$ incluye todas las combinaciones de dígitos en base 3 procedentes del primer y segundo sumando, $\Sigma_S =\{0,1,2\}$ incluye todos los posibles dígitos que pueden figurar en el total y $Q=\{a0,a1\}$ indican que ha existido un acarreo cero (estado a0) o uno (estado a1). Para representar δ y γ usaremos la siguiente tabla en la que se ha tenido en cuenta que los números decimales 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 se representan en base 3 respectivamente como 0, 1, 2, 10, 11, 12 y 20:

	00	10	11	20	21	22	01	02	12
→a0	a0/0	a0/1	a0/2	a0/2	a1/0	a1/1	a0/1	a0/2	a1/0
a1	a0/1	a0/2	a1/0	a1/0	a1/1	a1/2	a0/2	a1/0	a1/1

PROBLEMA 2 (1.5 puntos)

Generalice el método CYK para que admita reglas en forma normal de Chomksy y reglas nulas ($A \rightarrow \lambda$) siendo A un no terminal arbitrario de la gramática. El método propuesto deberá indicar el modo en que debe ser rellenada la tabla de análisis T para una cadena $w=a_1 \ldots a_n$ con $n \geq 0$ para que se cumpla que $A \in T[i,j]$ si y sólo si $A \Rightarrow^* a_{i+1} \ldots a_j$ siendo $0 \leq i \leq j \leq n$. Nótese que el rango admitido para los índices i y j se ha ampliado, incluyendo el valor 0, con el fín de poder admitir la presencia de la palabra λ en las hojas de los árboles sintácticos.

Inicialización	Para cada $0 \leq i \leq j \leq n$ inicializar $T[i,j]$ con el conjunto vacío $\varnothing$
Reglas nulas	Si $A \rightarrow \lambda \in P$ entonces $A \in T[i,i]$ para cada $0 \leq i \leq n$
Reglas lexicas	Si $A \rightarrow a \in P$ y $a=a_i$ entonces $A \in T[i-1,i]$
Reglas binarias	Si $A \rightarrow BC \in P$ y $B \in T[i,j]$ y $C \in T[j,k]$ entonces $A \in T[i,k]$
Pertenencia	$w \in L(G)$ si y sólo si $S \in T[0,n]$

PROBLEMA 3 (1.5 puntos)

La siguientes tres expresiones regulares

E1=(a*bb*a)*
E2=(a*bb*a)*aa*
E3=(a*bb*a)*a*bb*

representan las clases de equivalencia de la relación de indistinguibilidad del lenguaje, definido sobre $\Sigma=\{a,b\}$, correspondiente a la expresión E2. Construya el autómata finito determinista mínimo asociado a dicha relación y obtenga a partir de él su autómata de células de McCulloch-Pitts equivalente.

SOLUCIÓN

El autómata finito que se pide sería

	a	b
→e1	e2	e3
*e2	e2	e3
e3	e1	e3

donde e1, e2 y e3 son los nombres dados a los estados que representan las clases de equivalencia para E1, E2 y E3, respectivamente. Puesto que las clases se corresponden con una relación de indistinguibilidad, el autómata resultante es directamente el mínimo.

A partir de aquí, el autómata de células de Mc-Culloch Pitts equivalente sería:

Nombre	Entradas	Umbral	Salida
0	<	1	r0
[e1,a]	a r0 r[e3,a]	2	r[e1,a]
[e1,b]	b r0 r[e3,a]	2	r[e1,b]
[e2,a]	a r[e1,a] r[e2,a]	2	r[e2,a]
[e2,b]	b r[e1,a] r[e2,a]	2	r[e2,b]
[e3,a]	a r[e1,b] r[e2,b] r[e3,b]	2	r[e3,a]
[e3,b]	b r[e1,b] r[e2,b] r[e3,b]	2	r[e3,b]
F	> r[e1,a] r[e2,a]	2	rF