UNIVERSIDAD DE SEVILLA – E. T. S. I. INFORMÁTICA
AMPLIACIÓN DE LENGUAJES FORMALES Y AUTÓMATAS
(SOLUCIONES) EXAMEN DE SEPTIEMBRE– CURSO 2003/2004

Responda si los siguientes enunciados - precedidos por una letra - son verdaderos o falsos utilizando las tablas que figuran al final. Al rellenar la tabla, coloque una cruz en la fila V si considera que el enunciado de la correspondiente columna es verdadero. De forma excluyente, coloque una cruz en la fila F cuando considere que es falso. Las respuestas correctas sumarán 0.2 puntos, las incorrectas restarán 0.2 puntos y las respuestas en blanco no serán evaluadas.

- Sea G=(V_T,V_N,S,P) una gramática y sea w=$a_1...a_n \in V_T^*$. Al aplicar G y w sobre el método CYK
  A. Es necesario que G esté en forma normal de Chomsky
  B. La complejidad espacial del algoritmo es de O(n^2) en el caso peor
  C. Sea T la tabla de análisis del método CYK. Si A∈T[i,j] entonces $A \Rightarrow^* a_i...a_j$ con $1 \le i \le j \le n$
  D. Si $A \rightarrow a \in P$ donde $A \in V_N$ y $a \in V_T$ entonces $A \in T[i,i]$ para todo$1 \le i \le n$.
- Sea un AFD M=({a,b}, {q0,q1,q2,}, q0, {q1,q2}, δ) cuya relación $\equiv_M$ viene descrita por las clases siguientes: L(q0)= λ L(q1)=a(a+b)* y L(q2)=b(a+b)*
  E. Se verifica que L(M)= L(q1) ∪ L(q2)
  F. Las relaciones $\equiv_M$ y $\equiv_{L(M)}$ son iguales
  G. Las relaciones $\equiv_M$ y $\equiv_{L(M)}$ son distintas
  H. Existe un Autómata de Células de McCulloch-Pitts equivalente a M constituido por 10 células.
  I. Existe un Autómata de Células de McCulloch-Pitts equivalente a M constituido por 6 células.
  J. Existe una Máquina de Mealy equivalente a M constituida por 4 estados.
- Sean x e y cadenas sobre el alfabeto {0,1}
  K. La relación x≡y sii x e y tienen igual número de 0s es de congruencia pero no de índice finito
  L. La relación x≡y sii x e y cotienen la subcadena 01 es de congruencia
  M. La relación x≡y sii x e y cotienen la subcadena 01 es de índice finito
  N. La relación x≡y sii x=y^R (x es la inversión de y) es de congruencia
  O. La relación x≡y sii x=y^R (x es la inversión de y) es de índice finito

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
V	X	X	X		X		X	X	X	X	X	X	X		
F				X		X								X	X

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Un dispositivo transmite a través de una línea de comunicación binaria mensajes que tienen la particularidad de que jamás incluyen la subcadena 101. Un ejemplo de mensaje podría ser el siguiente: 00110011100

a) Diseñe una máquina probabilística que simule dicho dispositivo
b) Aplicando el modelo propuesto en a) ¿ con qué probabilidad emitirá el mensaje 011 el dispositivo? ¿y el mensaje 0101?

Nota: Especifique el significado de los componentes de las máquina propuesta

SOLUCIÓN

Primero mostraremos cómo es el AFD que acepta cadenas binarias que no incluyen la cadena 101

	0	1
→*q0	q0	q1
*q1	q10	q1
*q10	q0	q101
q101	q101	q101

q0 = El último símbolo fue un 0 no precedidio de un 1
q1 = El último símbolo fue un 1
q10 = Los dos últimos símbolos fueron 10
q101 = Los tres últimos símbolos fueron 101

a) Para modelar el dispositivo usaremos una Cadena de Markov Visible cuyos estados y transiciones se basan en el AFD anterior. Los estados son los mismos salvo el estado muerto q101. Los símbolos de las transiciones se sustituyen por probabilidades calculadas a partir de la frecuencia de aparación de subcadenas binarias en el mensaje del enunciado:

	π	q0	q1	q10
q0	1	4/6	2/6	0
q1	0	0	3/5	2/5
q10	0	1	0	0

De q0 a q0 es igual a 4/6 pues hay un evento “el mensaje empieza por cero” y tres eventos “00”
De q0 a q1 es igual a 2/6 pues hay dos eventos “01” (No hay ningún evento “el mensaje empieza por uno”)
De q1 a q1 es igual a 3/5 pues hay tres eventos “11”
De q1 a q10 es igual a 2/5 pues hay dos eventos “10”
De q10 a q0 es igual a 1 pues detrás de 10 sólo puede ir un 0.

b) P(011)= π(q0)*a(q0,q0)*a(q0,q1)*a(q1,q1)=1*4/6*2/6*3/5=2/15=0.13
P(0101)= π(q0)*a(q0,q0)*a(q0,q1)*a(q1,q10)*a(q10,q1)=1*4/6*2/6*2/5*0=0

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sean las siguientes dos gramáticas GICs

G1={ S $\rightarrow$ aAb|ab A $\rightarrow$ B B $\rightarrow$ aC|a C $\rightarrow$ cCAC|λ }

G2={ S $\rightarrow$ DAF|EF A $\rightarrow$ DC|D C $\rightarrow$ GCAC|λ
D $\rightarrow$ 0D|λ E $\rightarrow$ E0|λ F $\rightarrow$ 1F0|0|1 G $\rightarrow$ 1G1|0G0|λ}

a) Indique formalmente qué relación existe entre los lenguajes de ambas gramáticas
b) Obtenga una gramática equivalente a G1 que esté en forma normal de

SOLUCIÓN

a) El lenguaje de G2 es el resultado de aplicar al lenguaje de G1 la siguiente sustitución s:

$s(a)=0^*$ $s(b)=\{1^n (0+1)0^n \mid n\geq 1\}$ $s(c)=\{ww^R \mid w \in (0+1)^*\}$

b) Para obtener una gramática equivalente a G1 en forma de Greibach procedemos de este modo:

1) Eliminamos λ-regla asociada a C. Por tanto C $\rightarrow$ cCAC | cAC |cCA |cA
2) Eliminamos regla de redenominación A $\rightarrow$ B. Por tanto A $\rightarrow$ aC|a
3) Añadimos regla unitaria X $\rightarrow$ b
4) Sustituimos S $\rightarrow$ aAb por S $\rightarrow$ aAX

La gramática requerida sería:

S $\rightarrow$ aAX|ab
A $\rightarrow$ aC|a
C $\rightarrow$ cCAC| cAC| cCA| cA
X $\rightarrow$ b